

BÁZISTRANSZFORMÁCIÓ

1. Legyenek adottak az alábbi vektorok:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \vec{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 9 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{y} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 11 \end{pmatrix}$$

- a) Lineárisan függetlenek-e az $\vec{a}, \vec{c}, \vec{d}$ vektorok?
- b) Lineárisan függetlenek-e az $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ vektorok?
- c) Mennyi az $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ vektorrendszer rangja?
- d) Előállítható-e az \vec{x} vektor az $\vec{a}, \vec{c}, \vec{d}$ vektorok lineáris kombinációjaként?
- e) Előállítható-e az \vec{x} vektor az $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ vektorok lineáris kombinációjaként?
- f) Előállítható-e az \vec{y} vektor az $\vec{a}, \vec{c}, \vec{d}$ vektorok lineáris kombinációjaként?

2. Tekintse az $\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ vektorokat. A triviális bázisba vonja be az adott vektorokat a következő sorrendben:

- a) Az $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ vektorokat sorra az $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ helyébe!
- b) Az $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ vektorokat sorra az $\vec{e}_3, \vec{e}_1, \vec{e}_2$ helyébe!
- c) Az $\vec{a}_2, \vec{a}_1, \vec{a}_3$ vektorokat sorra az $\vec{e}_1, \vec{e}_3, \vec{e}_2$ helyébe

Írja fel a $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ vektor koordinátait a kapott új bázisokra vonatkozóan!

3. Határozza meg, hogy a \vec{b} vektor benne fekszik-e az A mátrix oszlopvektorterében, ha

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 4 \\ 2 & 5 & 8 \end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 10 \\ 13 \end{pmatrix}$

c) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 4 \\ 2 & 5 & 7 \end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix} 14 \\ 17 \\ 33 \end{pmatrix}$

b) $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 4 \\ 13 & 5 & 8 \end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 10 \\ 13 \end{pmatrix}$

d) $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 4 \\ 13 & 5 & 8 \end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix} 14 \\ 17 \\ 33 \end{pmatrix}$

BÁZISTRANSZFORMÁCIÓ

4. Határozza meg az alábbi mátrixok rangját!

a)
$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

e)
$$E = \begin{pmatrix} 1 & -4 & -2 & 3 \\ -1 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 5 \\ -1 & -3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

b)
$$B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 & -4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & -4 \end{pmatrix}$$

f)
$$F = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 6 & 6 \\ 3 & -1 & 3 & -3 \\ 5 & -3 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

c)
$$C = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -15 & 9 & 0 & 3 \\ 2 & 2 & -6 & 4 & -2 & 4 \\ 1 & 4 & 3 & -1 & -4 & 5 \end{pmatrix}$$

g)
$$G = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -4 & -2 & -1 & 5 \\ 2 & 5 & 1 & 0 & -5 \end{pmatrix}$$

d)
$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \\ 0 & -3 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Határozza meg bázistranszformáció segítségével, hogy az alábbi vektorrendszerek közül melyek lineárisan függők!

a)
$$\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{a}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

b)
$$\vec{b}_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{b}_2 = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}, \vec{b}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{b}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

c)
$$\vec{c}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{c}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{c}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{c}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

BÁZISTRANSZFORMÁCIÓ

d) $\vec{d}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{d}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\vec{d}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{d}_4 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

e) $\vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\vec{e}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\vec{e}_4 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

f) $\vec{f}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{f}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\vec{f}_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\vec{f}_4 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\vec{f}_5 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

6. Lineárisan függetlenek-e az $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \dots, \vec{a}_n$ vektorok? Mi az $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \dots, \vec{a}_n$ vektorrendszer rangja? Kompatibilis-e a \vec{b} az $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \dots, \vec{a}_n$ vektorrendszerrel? Mi az $\vec{a}_1x_1 + \vec{a}_2x_2 + \dots + \vec{a}_nx_n = \vec{b}$ egyenletrendszer megoldása?

a) $\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\vec{a}_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{a}_3 = \begin{pmatrix} 10 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$

b) $\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\vec{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

c) $\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\vec{a}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

d) $\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\vec{a}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

e) $\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\vec{a}_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\vec{a}_4 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

BÁZISTRANSZFORMÁCIÓ

7. Oldja meg a következő egyenletrendszeret bázistranszformációval!

(a)
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = -1 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 9 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \end{cases} \quad (x_1 = 3, x_2 = 2, x_3 = -1)$$

(b)
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_4 = -1 \\ x_1 + 3x_3 + x_4 = 3 \\ 3x_2 + x_3 - x_4 = -5 \end{cases} \quad (x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = 0, x_4 = 2)$$

(c)
$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 + x_4 = -2 \\ 4x_1 + x_3 - 2x_4 = 8 \\ 2x_2 + x_3 + x_4 = -1 \\ x_1 + x_2 - 2x_4 = 5 \end{cases} \quad (x_1 = 2, x_2 = 1, x_3 = -2, x_4 = -1)$$

(d)
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 8 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = -2 \\ -3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 2x_4 = -18 \\ -2x_1 - x_2 + x_3 = -10 \end{cases} \quad (x_1 = 2, x_2 = 6 + x_3, x_4 = 0)$$

(e)
$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 3 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 4 \\ 4x_1 + x_2 + 5x_3 = 5 \\ x_1 + 4x_2 - 4x_3 + 3x_4 = 2 \end{cases} \quad (x_2 = 5 - 4x_1 - 5x_3, x_4 = -6 + 5x_1 + 8x_3)$$

(f)
$$\begin{cases} 5x_2 - 4x_3 + 2x_4 = -1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 1 \\ -x_1 + 3x_2 - 3x_3 + x_4 = -1 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \end{cases} \quad (x_2 = -1 + 2x_1 + 2x_3, x_4 = 2 - 5x_1 - 3x_3)$$

(g)
$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = -2 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 1 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$

$(x_2 = -14 + 21x_1 + 10x_4, x_3 = -11 + 16x_1 + 8x_4; x_5 = -19 + 30x_1 + 13x_4)$

BÁZISTRANSZFORMÁCIÓ

(h)
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases} \quad (x_1 = 2x_2, x_2 = 3x_4, x_3 = 2x_4)$$

(i)
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 0 \\ 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 + x_3 + 2x_5 = 0 \end{cases} \quad (x_1 = -x_3 - 2x_5, x_4 = -2x_2 + x_3)$$

(j)
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ -x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + 10x_3 + 9x_4 = 0 \\ 2x_1 + 5x_3 + 5x_4 = 0 \end{cases}$$

(csak triviális megoldása létezik)

8. Legyen $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \\ 0 & 3 & a \\ 1 & 4 & b \end{pmatrix}$. Milyen a és b értékek mellett lesz a mátrix rangja 2 ill. 3?

9. Bázistranszformáció alkalmazásával határozza meg a következő mátrixok inverzét, amennyiben létezik!

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ -1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{10} \\ -\frac{1}{2} & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{5} \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 4 & -2 \\ 4 & 2 & 2 & 5 \end{pmatrix} \quad F = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ 0 & \frac{2}{5} & \frac{4}{5} \\ \frac{3}{5} & 0 & \frac{2}{5} \end{pmatrix}$$

$$G = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad H = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad I = \begin{pmatrix} -2 & 5 & 1 \\ 3 & -1 & 4 \\ 2 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

BÁZISTRANSZFORMÁCIÓ

10. Határozza meg, hogy a b milyen értéke mellett nem invertálható az alábbi mátrix: $A = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ -1 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}$! Határozza meg az A mátrix inverzét az $a = -8$ érték esetén!

11. Határozzuk meg, hogy a \vec{c} vektor benne fekszik-e az A mátrix oszlopvektorterében, ha

$$\text{a)} \quad A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 2 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & -4 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{b)} \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & -3 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{c)} \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & 5 \\ -1 & 5 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 4 \\ 4 & 0 & 1 & 6 \\ -2 & 6 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ -11 \\ -2 \\ 4 \\ -14 \end{pmatrix}$$

$$\text{d)} \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & -1 & -1 & 0 \\ 4 & -4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

12. Határozza meg, hogy az öt egységvektor közül melyek kompatibilisek az

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -2 & -2 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 4 & -2 \\ 0 & -3 & 1 & 7 & -3 \end{pmatrix}$$

mátrix sorvektorterére!

BÁZISTRANSZFORMÁCIÓ

13. Határozza meg, hogy az a és b paraméterek milyen értéke mellett lesz a \vec{c} vektor kompatibilis az A mátrix oszlopvektorterére nézve, ha

a) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 5 \\ 3 & -1 & b \end{pmatrix}$ $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ a \end{pmatrix}$

b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & a & -1 \\ -1 & 2 & b \end{pmatrix}$ $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

c) $A = \begin{pmatrix} -a & a & 0 & b \\ -a & 0 & b & a \\ -a & a & b & 0 \\ a & 0 & -b & -a \end{pmatrix}$ $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

d) $A = \begin{pmatrix} a & a & 0 & -b \\ a & 0 & b & -a \\ a & a & b & 0 \\ -a & 0 & -b & a \end{pmatrix}$ $\vec{c} = \begin{pmatrix} a \\ -a \\ b \\ -b \end{pmatrix}$

14. Határozza meg, hogy az \vec{x} vektor az $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ vektorok milyen lineáris kombinációja állítja elő, ha

a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\vec{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

b) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix} 9 \\ -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\vec{c} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\vec{d} = \begin{pmatrix} -7 \\ 2 \\ -4 \\ -3 \end{pmatrix}$ $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

c) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{d} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

d) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\vec{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\vec{x} = \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ b \\ c \end{pmatrix}$

BÁZISTRANSZFORMÁCIÓ

15. Milyen y érték mellett állítható elő a \vec{b} vektor az $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ vektorokkal, ha

$$\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \vec{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ és } \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ y \\ 3 \end{pmatrix}$$

16. Legyen adott az $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$. Igazolja, hogy a \vec{c}

vektor kompatibilis az $A \cdot B$ szorzatnak megfelelő mátrix oszlopvektorterére nézve!

17. Van-e olyan \vec{x} vektor, amely az $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ vektorokkal együtt lineárisan független vektorrendszer alkot, ha

a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \\ 10 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{d} = \begin{pmatrix} 12 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

b) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \\ 0 \\ -3 \\ 7 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \\ -2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ -2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\vec{d} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$

18. Milyen λ érték mellett invertálhatók az alábbi mátrixok:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & \lambda \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & \lambda & -12 \\ -2 & -3 & \lambda \\ 1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & \lambda & 0 \\ \lambda & 0 & 1 \\ 0 & 1 & \frac{1}{\lambda} \end{pmatrix}$$