Szöveges szélsőérték feladatok
Elaszticitás

Dr. Vincze Szilvia

12. DIFFERENCIÁLSZÁMÍTÁS ALKALMAZÁSAI

12.1 Szöveges szélsőérték feladatok

12.2 Elasztícitás fogalma

Bevezető gondolatok

A gyakorlatban gyakran előfordulnak olyan függvénykapcsolatok, melyeknél a legnagyobb (termelés, jövedelem, létszám, terület stb.) illetve a legkisebb (költség, idő, terület, térfogat stb.) függvénykapcsolat meghatározása a cél. Ebben az esetben nincs szükség teljes függvényvizsgálatra, csupán azt az értéket keressük, ahol f’ = 0 és az f’ előjelet vált.

12.1 A probléma azonosítása: szöveges szélsőérték feladatok

- Gyakori, hogy a vizsgálandó függvény matematikai alakját nekünk kell „előállítanunk” a feladat szövegéből és csak néhány függvényjellemzőt (általában szélsőértéket) kell számolni.
- A függvényjellemzőket a szöveges (gyakorlati) feladatok esetén általában bizonyos induló feltételek (például a változó csak pozitív szám lehet) mellett keressük.

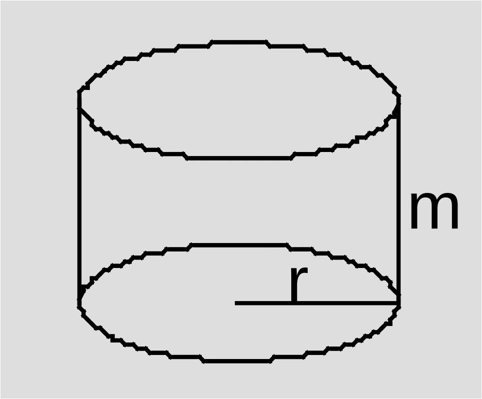
12.2 Példa - elaszticitás

Mivel az elaszticitás megmutatja, hogy ha 1%-kal növeljük a független változó értékét, akkor a függő változó hogyan változik meg. Az első kérdés éppen erre vonatkozik, vagyis a kereslet 0,996%-kal csökken:

$$E(5) = -\frac{500}{502} = -0,996$$

Példa

Henger alakú, 1 liter térfogatú tesztek közül melyik a legkisebb felszínű?



$V = 1\,liter = 1\,dm^3$

A megoldás lépései

1.) Eldöntjük, hogy **minek keressük a szélsőértékét**.

Ez a henger felszíne.

2.) **Felírjuk a függvényt** a keresett felszínre!

$$A = 2 \cdot T + P = 2 \cdot r^2 \cdot \pi + 2 \cdot r \cdot \pi \cdot m$$

Példa

3.) Egyváltozóssá tesszük a függvényt, melynek keressük a szélsőértékét.

Az adatok felhasználásával:

$$\left.\begin{aligned} V &= T\cdot m = 2\cdot r^2\cdot\pi\cdot m \\ V &= 1 \end{aligned}\right\} \quad m = \frac{1}{r^2\cdot\pi}$$

Helyettesítés után

$$A = 2\cdot r^2\cdot\pi + 2\cdot r\cdot\pi\cdot m = 2\cdot r^2\cdot\pi + \frac{2}{r}$$

Példa

4.) Szélsőérték keresése

A függvényvizsgálatnál látott módon, az r > 0 feltétellel.

$$A'(r) = 4r\pi - \frac{2}{r^2}$$

$$A''(r) = 4\pi + \frac{4}{r^3}$$

Ott lehet szélsőérték, ahol A' = 0.

$$4r\pi - \frac{2}{r^2} = 0 \Rightarrow r^3 = \frac{1}{2\pi}$$

$$\boxed{\text{Tehát } r \approx 0{,}542.}$$

Példa

Mivel F’’(0,542) > 0, ezért ezen a helyen minimuma van.

5.) Válasz a szövegben feltett kérdésekre.

$$r \approx 5{,}42\,cm; \quad m \approx 10{,}84\,cm; \quad A_{\text{min}} \approx 5{,}54\,dm^2$$

12.2 Elaszticitás

Az **elaszticitás** megmutatja, hogy a független változó (x) értékét 1%-kal növelve hogyan változik a függő (f(x)) változó?

$$E(x) = \frac{x}{f(x)} * f'(x)$$

12.2 Példa - elaszticitás

Egy árucikk iránti keresletet az x árától függően az $f(x) = \frac{100}{x+2}$ függvény adja meg. Hány százalékkal változik a kereslet, ha az áru 5 ezer Ft-os értékét 1%-kal növeljük, ill. 3%-kal csökkentjük?

12.2 Példa - elaszticitás

Az elaszticitás képletébe helyettesítve:

$$E(x) = \frac{x}{f(x)} * f'(x) = \frac{x}{\frac{100}{x+2}} * \frac{-100}{(x+2)^2} =$$

$$= \frac{x * (x+2)}{100} * \frac{-100}{(x+2)^2} = -\frac{x}{x+2}$$

12.2 Példa - elaszticitás

Mivel az elaszticitás megmutatja, hogy ha 1%-kal növeljük a független változó értékét, akkor a függő változó hogyan változik meg. Az első kérdés éppen erre vonatkozik, vagyis a kereslet 0,996%-kal csökken:

$$E(5) = -\frac{500}{502} = -0{,}996$$

12.2 Példa - elaszticitás

Mivel az elaszticitás az 1%-os növeléshez tartozó változást írja le, így a 3%-os csökkentést az elaszticitás (-3)-szorosával közelítjük. A negatív előjel jelzi a csökkentést.

$$-3 * E(5) = -3 * (-0{,}996) = 2{,}99$$

Vagyis az áru értékének 3%-os csökkentésével a kereslet 2,99%-kal nő.

Köszönöm a figyelmet!