

LINEÁRIS EGYENLETRENDSZEREK

1. Oldja meg az alábbi egyenletrendszeret!

$$1) \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = 4 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 19 \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 + 2x_4 = -9 \\ -2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -2 \end{cases} \quad (x_1 = 2, \quad x_2 = -3, \quad x_3 = 5, \quad x_4 = 1)$$

$$2) \begin{cases} x - y + 2z = -1 \\ 2x + y - z = 9 \\ -x + 2y + z = 0 \end{cases} \quad (x = 3, \quad y = 2, \quad z = -1)$$

$$3) \begin{cases} 3x - y + z = 6 \\ x + y + z = 0 \\ -2x - 10y + 6z = 9 \end{cases} \quad \left(x = \frac{13}{8}, \quad y = -\frac{11}{8}, \quad z = -\frac{1}{4} \right)$$

$$4) \begin{cases} x + y + 4w = 5 \\ x - y + 3w = 2 \\ x - 2y + 3z - 5w = -1 \\ 3x - y + 4z = 7 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 6 \\ -x_1 + 2x_2 + 7x_3 - x_4 - 2x_5 = -23 \\ x_1 - 3x_2 + 5x_3 - x_4 + 9x_5 = -6 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 3x_5 = 23 \\ -3x_1 + 4x_2 - x_3 - x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 2 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 - 2x_4 - x_5 = 1 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 3x_4 - 4x_5 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 - 3x_4 + x_5 = 3 \end{cases}$$

LINEÁRIS EGYENLETRENDSZEREK

$$8) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 12 \\ 4x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_2 + x_3 - 2x_4 = 8 \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 + x_5 = 0 \\ -x_1 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 0 \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 3 \\ -x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \\ x_1 + 2x_2 + 5x_4 = 5 \\ -4x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 = 4 \\ 5x_1 + x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 1 \end{cases}$$

$$11) \begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ x + y + z = 8 \\ 2x - 2y + z = -8 \end{cases}$$

$$12) \begin{cases} 2x + 3y + 2z = 15 \\ -x + 2y - z = -7 \\ 3x + 6y - 4z = -2 \end{cases}$$

$$13) \begin{cases} x_1 + x_3 + 2x_4 = 1 \\ -x_2 + x_4 = 2 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = -1 \\ x_2 - x_3 - 3x_4 = 4 \end{cases}$$

$$14) \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 - 2x_3 + x_4 + x_5 = 0 \\ -2x_1 + 2x_2 + 3x_4 - x_5 = 0 \\ 3x_2 - x_3 + 6x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$$

LINEÁRIS EGYENLETRENDSZEREK

$$15) \begin{cases} 4x + 2y - z + u - w = 2 \\ x - 3y + 2z + u + w = 1 \\ 3x - y + 3z - u - w = 0 \end{cases}$$

$$16) \begin{cases} 2x - y + z - u + w = 8 \\ 2y + u - w = 0 \\ x + 2z + w = 6 \\ x - 3y - z - 2u + w = 2 \end{cases}$$

$$17) \begin{cases} x - y + z + u = 2 \\ 2x + y - 3z + 4u = 5 \\ x + 2z - u = 5 \\ 2y + z + 2u = 5 \end{cases}$$

$$18) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_4 + x_5 = a \\ x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = b \\ x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - x_4 = a - b \end{cases}$$

2. Oldja meg elemi bázistranszformáció segítségével a következő egyenletrendszeret!

$$19) \begin{cases} x - y + 2z = -1 \\ 2x + y - z = 9 \\ -x + 2y + z = 0 \end{cases}$$

$$20) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + x_4 = 2 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 2 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2 \\ 17x_1 + 5x_3 - 2x_4 = 2 \end{cases}$$

$$21) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_4 = -1 \\ x_1 + 3x_3 + x_4 = 3 \\ 3x_2 + x_3 - x_4 = -5 \end{cases}$$

LINEÁRIS EGYENLETRENDSZEREK

$$22) \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 + x_4 = -2 \\ 4x_1 + x_3 - 2x_4 = 8 \\ 2x_2 + x_3 + x_4 = -1 \\ x_1 + x_2 - 2x_4 = 5 \end{cases}$$

3. Határozza meg a következő inhomogén egyenletrendszer általános megoldását!

$$23) \begin{cases} x - y + z - u = 1 \\ x - y - z + u = 0 \\ -x + y + 2z - 2u = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$24) \begin{cases} x + z + u = 2 \\ x + y + u = -3 \\ y + z + u = -1 \end{cases}$$

$$25) \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 8 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = -2 \\ -3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 2x_4 = -18 \\ -2x_1 - x_2 + x_3 = -10 \end{cases}$$

$$26) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 3 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 4 \\ 4x_1 + x_2 + 5x_3 = 5 \\ x_1 + 4x_2 - 4x_3 + 3x_4 = 2 \end{cases}$$

$$27) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 - 2x_4 + x_5 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 = 3 \\ -x_1 - 3x_2 + 3x_3 - 5x_4 + x_5 = 2 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 3x_5 = 4 \\ x_1 - 3x_2 + 5x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 3 \end{cases}$$

LINEÁRIS EGYENLETRENDSZEREK

$$28) \begin{cases} 5x_2 - 4x_3 + 2x_4 = -1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 1 \\ -x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 = -1 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$$

$$29) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 - x_5 = 3 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 - 2x_5 = 2 \\ -x_1 + 3x_2 - 5x_3 - x_4 + x_5 = 1 \\ 4x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 4x_4 - 4x_5 = 8 \\ 3x_1 + 6x_2 - 9x_3 + 3x_4 - 3x_5 = 9 \end{cases}$$

4. Határozza meg a következő egyenletrendszernek - az általános megoldásuk segítségével
- azt a partikuláris megoldását, amely eleget tesz a feltételeknek!

$$30) \begin{cases} x - 2y + 3z = 1 \\ x - 2z + u = -4 \\ 2y - 2z - w = -2 \\ 2x + 2y - 3z + u - 2w = -7 \end{cases} \quad \text{ha } y = 2 \text{ és } z = 3$$

$$31) \begin{cases} x - 2y + z - u + 2w = 2 \\ 2x + y + 2z - 2u - w = 1 \\ 3x + 4y + 3z - 3u - 4w = 0 \end{cases} \quad \text{ha } z = 1, u = -1 \text{ és } w = 2$$

$$32) \begin{cases} 2x + y - z + 3u = 2 \\ -x + y + z + 2u = 3 \\ x + 2y + u + 5u = 5 \\ -4x + y + 3z + u = 4 \\ 5x + y - 3z + 4u = 1 \end{cases} \quad \text{ha } x = 1 \text{ és } y = 2$$

$$33) \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1 \\ 2x_1 + x_3 - 2x_4 = 2 \\ x_2 - x_3 + 2x_5 = -1 \quad \text{ha } x_4 = 1 \text{ és } x_5 = -1 \\ 3x_1 + x_3 - 3x_4 + 3x_5 = 2 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_4 + 2x_5 = 1 \end{cases}$$

LINEÁRIS EGYENLETRENDSZEREK

$$34) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 12 \\ 4x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 4 \quad \text{ha } x_2 = 2x_1 \\ x_2 + x_3 - 2x_4 = 8 \end{cases}$$

$$35) \begin{cases} x + 3y + z + u + v = 7 \\ 2x - y + 2u - v = 5 \quad \text{ha } z = 1 \text{ és } x = 4u \\ 2y - 2z + v = 3 \\ -x + 6y - z - u + 3v = 5 \end{cases}$$

5. Határozza meg a következő homogén egyenletrendszerek megoldását!

$$36) \begin{cases} 2x - y + 3z + u = 0 \\ x - y - 2z + 3u = 0 \\ 3x + y + 2z - u = 0 \\ x + 2y - z - 2u = 0 \end{cases}$$

$$37) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 0 \\ 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 + x_3 + 2x_5 = 0 \end{cases}$$

$$38) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + x_4 + 5x_5 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 - x_4 - 2x_5 = 0 \\ 7x_1 + 5x_2 - 7x_3 + x_4 + 8x_5 = 0 \\ 8x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 + x_5 = 0 \\ -x_1 + 4x_2 - 5x_3 + 2x_4 + 7x_5 = 0 \end{cases}$$

$$39) \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ -x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + 10x_3 + 9x_4 = 0 \\ 2x_1 + 5x_3 + 5x_4 = 0 \end{cases}$$

LINEÁRIS EGYENLETRENDSZEREK

6. Adja meg a következő homogén egyenletrendszerek általános megoldását és azt a partikuláris megoldást, amelynél

$$40) \begin{cases} x_1 + x_3 - x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 + x_5 = 0 \\ -x_1 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 0 \end{cases} \quad \text{ha } x_1 = 1 \text{ és } x_4 = -1$$

$$41) \begin{cases} 2x + y + 3z + 5u + 4v = 0 \\ -y - z + v = 0 \\ 3x + 3z + 2u + 2v = 0 \\ x + 2y + 3z + u - v = 0 \end{cases} \quad \text{ha } x = 10 \text{ és } y = 15$$

$$42) \begin{cases} x_1 + x_3 - x_4 + x_5 = 0 \\ x_2 - x_3 - 2x_4 - x_5 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - 4x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 - 3x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 + 2x_5 = 0 \end{cases} \quad \text{ha } x_3 = a, \quad x_4 = b \text{ és } x_5 = 3x_1$$

$$43) \begin{cases} 2x + y + 3y + w = 0 \\ -x + 3y + z + w = 0 \\ x - y + 3z - w = 0 \\ 4x - y + 4z - w = 0 \\ 2y + 4z = 0 \end{cases} \quad \text{ha } x = -2y + 1$$

7. Oldja meg a következő egyenletrendszereket a Gauss-algoritmus segítségével!

$$44) \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 8 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 3 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 - x_3 + 3x_4 = 12 \end{cases}$$

$$45) \begin{cases} x - 8y + 9z = -32 \\ 2x - y + 3z = -1 \\ x + 2y - z = 12 \end{cases}$$

LINEÁRIS EGYENLETRENDSZEREK

$$46) \begin{cases} x_2 - x_3 - x_4 = -1 \\ x_1 - 4x_2 + 2x_3 = -1 \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 - 5x_4 = -7 \\ 3x_1 - 7x_2 + x_3 - 5x_4 = -8 \end{cases}$$

$$47) \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = 7 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 19 \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 + 2x_4 = -9 \\ -2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -2 \end{cases}$$

$$48) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 6 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 - 2x_5 = -23 \\ x_1 - 3x_2 + 5x_3 - x_4 - x_5 = 14 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 3x_5 = 23 \\ -3x_1 - 4x_2 - x_3 - x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$

$$49) \begin{cases} x + 3y + z - w = 7 \\ 2x + 5y - z + 2w = 22 \\ 3x + 8y + z - w = 24 \end{cases}$$

$$50) \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 6x_2 - x_4 - x_5 = 3 \\ 2x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 3x_4 + 6x_5 = 5 \\ 4x_1 + x_2 - 8x_3 + x_4 + x_5 = 5 \\ -x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 2x_5 = 1 \\ -5x_1 + 4x_2 + 10x_3 + 6x_4 + 12x_5 = -1 \end{cases}$$

$$51) \begin{cases} x + y + z + w = 4 \\ x - y + z + w = 8 \\ 3x + y + 3z - w = 16 \end{cases}$$

$$52) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 + 2x_5 = 2 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_2 - 3x_4 - x_5 = 6 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 - 2x_4 - 3x_5 = 8 \end{cases}$$

LINEÁRIS EGYENLETRENDSZEREK

$$53) \begin{cases} x + 2y + 2z = 1 \\ x + 3y + 5z = 1 \\ 3x - y - 4z = 1 \\ 9x + 2y - z = 1 \\ 5x + 2y + z = 1 \end{cases}$$

$$54) \begin{cases} x + 3y + 6z = 2 \\ 2x + 7y + 13z = 2 \\ -2x - 5y - 3z = 2 \\ x + 3y + 5z = 2 \\ 5x + 8y + z = 2 \end{cases}$$

$$55) \begin{cases} x - y + z = 4 \\ x + 2y + z = 13 \\ 2x + 4y + 2z = 26 \\ 4x + 5y + 4z = 43 \end{cases}$$

$$56) \begin{cases} x_1 + x_2 + 4x_4 = 3 \\ x_2 - x_3 + 3x_4 = 1 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 5x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 = 5 \end{cases}$$

$$57) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_2 + x_3 + x_4 = 9 \\ x_3 + x_4 + x_5 = 3 \\ x_4 + x_5 + x_6 = -3 \\ x_5 + x_6 + x_7 = -9 \end{cases}$$

$$58) \begin{cases} x_1 + x_3 + 4x_4 - 2x_5 = 10 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + 5x_5 = 28 \\ 2x_1 + 7x_2 - 3x_2 + 6x_5 = 37 \\ -8x_2 + 4x_3 - 5x_4 + x_5 = -19 \end{cases}$$

LINEÁRIS EGYENLETRENDSZEREK

8. Határozzuk meg a c értékét úgy, hogy a következő egyenletrendszernek legyen megoldása!

$$59) \begin{cases} x + y - z = 9 \\ x + 2y + z = 12 \\ -x - y + 4z = -12 \\ -2x + y + z = c \end{cases}$$

$$60) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 2x_4 = 4 \\ -3x_1 - 5x_2 + 4x_3 + x_4 = c \end{cases}$$

$$61) \begin{cases} x + y - z = c \\ 2x - 3y + z = -5 \\ 4x - y - y = 2c \end{cases}$$

9. Határozza meg az a és b paraméterek értékét úgy, hogy az alábbi egyenletrendszernek

- a) egyértelmű megoldása legyen,
- b) végtelen sok megoldása legyen és
- c) ne legyen megoldása!

$$\begin{cases} 3x + 5y + 9z = 1 \\ x + ay + 2z = 2 \\ x + 9y - 5z = b \end{cases}$$

10. Határozzuk meg a c értékét úgy, hogy az

$$62) \begin{cases} 5x + 2y - 3z = 0 \\ 3x - 2y = 0 \\ 4x + 3y + c \cdot z = 0 \end{cases}$$

$$63) \begin{cases} x - y + z = 0 \\ x + c \cdot y + 3z = 0 \\ x - 3y - c \cdot z = 0 \end{cases}$$

egyenletrendszernek ne legyen triviálistól különböző megoldása!

LINEÁRIS EGYENLETRENDSZEREK

11. Határozza meg a c értékét úgy, hogy a következő egyenletrendszernek több megoldása is legyen!

$$64) \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 9 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = -6 \\ -3x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 3 \\ c \cdot x_1 + 5x_3 + 4x_4 = 0 \end{cases}$$

$$65) \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + 5x_3 = c \\ x_2 + 2x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 - x_2 + x_4 = 3 \end{cases}$$